

文章编号: 1000-8055(2008)04-0706-06

先拉伞绳法数学模型及拉直力预测

徐 宏¹, 曹义华¹, 李 栋^{1,2}

(1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083; 2. 陆航研究所, 北京 101114)

摘 要: 给出了考虑伞绳粘弹性的降落伞先拉伞绳法拉直过程预测方法. 建立了拉直过程数学模型的基本方程, 理论分析了基本方程中粘性项对张力波在伞绳中传播的作用; 弹性张力波不仅使伞衣套一端产生的张力通过伞绳传到前置体一端在时间上滞后一些, 而且由于拉直过程中存在着吸收和弥散现象, 使两端的张力不能相等. 使用该模型计算了伞拉直运动和拉直力, 对拉直力动态变化过程进行了分析. 计算表明: 前置体一端承受的最大拉直力不仅与伞衣底边被拉动瞬间产生的最大张力有关, 而且与拉出伞衣底边以后产生的载荷张力有关.

关 键 词: 航空、航天推进系统; 降落伞; 先拉伞绳法; 拉直力; 粘弹性; 数值方法

中图分类号: V244.2; V445.2

文献标识码: A

Mathematical model and snatch force prediction for the lines-first parachute deployment

XU Hong¹, CAO Yihua¹, LI Dong^{1,2}

(1. School of Aeronautic Science and Technology,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;

2. Aviation Research Institute, Beijing 101114, China)

Abstract: Prediction method for the lines-first parachute unfurling process was provided, in which the viscoelasticity of suspension lines was taken into consideration. The fundamental equation of the mathematical model of parachute unfurling process was formulated. The effect of viscosity term in fundamental equation on spreading of tensile wave along suspension lines was emphatically analyzed. The viscoelastic tensile wave not only causes delay of tension spreading from the canopy sleeve end to the other end, but also makes the tension at the two ends different due to absorption and dispersion during the parachute unfurling process. The present model was used to calculate unfurling loads and motions of a parachute deployment. The dynamic change of snatch force was analyzed and it shows that the max snatch force borne on the load end is related not only to max tension produced at the moment when the parachute skirt being drawn out, but also to the load tension produced after skirt is drawn out.

Key words: aerospace propulsion system; lines-first deployment; snatch force; viscoelasticity; numerical methods

预测降落伞先拉伞绳法拉直过程运动轨迹和拉直力的方法从 60 年代末开始探讨, 起初人们的

研究局限于非弹性假设下的情况^[1], 给出了准确计算拉直过程运动轨迹的方法. 接着人们认识到

收稿日期: 2007-03-30; 修订日期: 2007-08-09

作者简介: 徐宏(1969), 男, 江苏靖江人, 研究员, 博士生, 主要从事降落伞仿真的关键技术研究.

弹性在先拉伞绳法拉直过程中的重要性^[2], 建立了考虑伞绳弹性的一维波动方程, 根据这个二阶线性偏微分方程的理论解, 相当准确地预测了降落伞伞衣底边自伞衣套中被拉出瞬间所产生的伞绳最大张力. 以后人们则研究了在伞绳弹性的数学模型里忽略波动机制的情况^[3], 提出了使用无质量弹簧模型计算拉直过程运动轨迹和拉直力的方法. 除伞衣拉出瞬间伞绳最大张力计算相对不准确外, 其它计算结果与试验数据基本一致. 同时经分析认为, 在伞衣拉出期间伞绳张力计算的不准确性归于数学模型里忽略了波动机制. 基于这一结论, 人们又把拉直过程的计算处理为两个阶段^[4]: 伞绳拉出阶段中伞绳弹性用无质量弹簧的数学模型模拟; 伞衣拉出阶段中使用一维波动方程模拟伞绳的弹性. 该方法与以前相比有相当大的改进, 但前置体承受的最大张力计算值与试验数据比较仍差别较大.

本文为了与前述方法进行比较, 将采用与前相同的基本假设条件^[4], 建立了考虑伞绳粘弹性的数学模型和数值解法, 旨在进一步改进先拉伞绳法拉直过程计算. 同时, 从理论和概念上分析先拉伞绳法拉直过程的物理本质.

1 数学模型的建立

本文采用的基本假设如下:

- (1) 地球表面是平坦的, 相对地面的加速度可认为是惯性的;
- (2) 拉直过程中将前置体, 伞衣套以及被拉动的微元视为三个质点的运动;
- (3) 各质点均无升力, 其运动始终在铅直平面内, 并保持在一条直线上, 即三个质点的轨迹角 ψ 角相同, 但每一个瞬间角 ψ 是变化的;
- (4) 拉直过程中伞衣无充气现象;
- (5) 在伞衣拉出阶段, 不考虑伞衣弹性, 伞衣拉出部分加速度可以忽略, 认为伞衣套出口处张力 T_b 与伞衣——伞绳间连接点张力相等;
- (6) 泊松比可以忽略;
- (7) 伞绳材料的弹性模数 和粘性阻尼系数 E 均认为是常数;
- (8) 伞绳线质量密度 ρ_{sh} 是常数; 每根伞绳中张力分布彼此相同;
- (9) 伞衣套相对于前置体的速度矢量与前置体和伞衣套运动的速度矢量相反;
- (10) 不考虑风速对质点运动的影响.

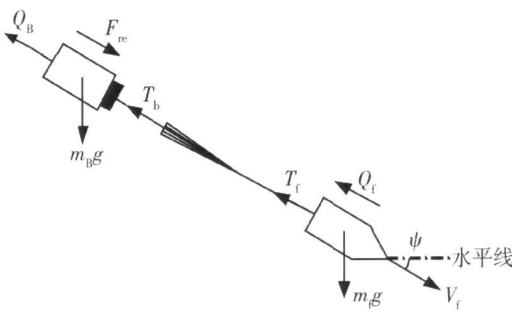


图 1 作用于系统各质点上的力及运动方向
Fig.1 Forces acting on the system and its direction

1.1 运动方程

前置体受力情况见图 1. 前置体的运动受气动阻力 Q_f , 重力和伞绳张力 T_f 的作用. 应用牛顿第二定律, 容易写出它的运动方程如下:

$$\frac{dV_f}{dt} = g \sin \phi - (Q_f + T_f)/m_f \tag{1}$$

$$\frac{d\phi}{dt} = g \cos \phi / V_f \tag{2}$$

$$\frac{dY}{dt} = V_f \sin \phi \tag{3}$$

$$Q_f = 0.5 \rho_a V_f^2 (CA)_f$$

式中 ρ_a 为大气密度, $(CA)_f$ 为阻力特征. 伞衣套受力情况也见图 1. 伞衣套的运动受气动阻力 Q_b , 拉出阻力 F_{re} 和重力的作用.

拉出速度 U 定义为

$$U = \frac{dl_b}{dt} \tag{4}$$

$$m = m_B - m_e$$

$$m_e = \int_0^{l_b} \rho dl_b$$

其中 l_b 是拉出长度, m_B 是引导伞、伞衣套和内含整个伞的质量, ρ 是降落伞线质量密度.

用上述各项可推导出伞衣套运动方程如下

$$\frac{dV_B}{dt} = g \sin \phi + (T_b - \rho U^2 - Q_B)/(m_B - m_e) \tag{5}$$

$$Q_B = 0.5 \rho_a V_B^2 [\lambda_B (CA)_B + \lambda_s (CA)_{ys}] \tag{5}$$

式中 λ_B, λ_s 表示伞衣套和引导伞尾流系数.

$$V_R = V_f - V_B \tag{6}$$

$$T_b = \rho U^2 + F_{re} \tag{7}$$

式(7)中 F_{re} 在拉直过程计算中分为伞绳拉出阻力和伞衣拉出阻力.

1.2 描述伞绳纵波的基本方程

整个伞绳弹性的纵向问题简化为一维问题.

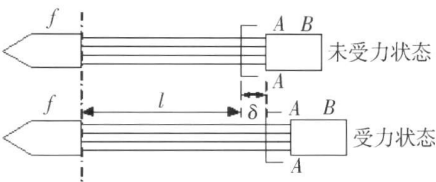


图 2 伞绳弹性状态的运动变化和坐标系
Fig. 2 Movement and coordinate of the Parachute line in the elastic status

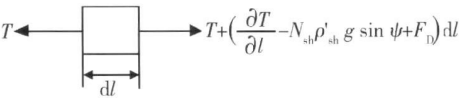


图 3 一个伞绳微元质量受到纵向力作用的状态
Fig. 3 A parachute line micro-element status with the longitudinal force

参照以上图示, 结合式(1)可写出伞绳微元质量纵向运动方程如下:

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} - \frac{l}{N_{sh} \rho_{sh}} \frac{\partial T}{\partial l} = \frac{F_D}{N_{sh} \rho_{sh}} - \frac{Q_t + T_t}{m_t} \quad (8)$$

式中 N_{sh} 为伞绳数量.

伞绳微元的弹性可以用张力 T , 位移 δ 和它的导数之间的函数关系描述, 考虑到伞绳张力是由静张力和动张力效应组成的, 这一关系可以写成如下形式

$$T = N_{sh} \left[E \epsilon + \eta \frac{\partial \epsilon}{\partial t} \right] \quad (9)$$

该波动方程的边界条件给出如下形式: 在前置体处的位移为

$$\delta_{x=0} = 0 \quad (10)$$

从伞衣套口部拉出的降落伞微元与伞衣套之间相对运动的一致性关系, 由图 2 所示变形与质点运动的方向可写出

$$\left. \frac{D\delta}{Dt} \right|_{l=l_b} = V_R - U \quad (11)$$

1.3 张力波在伞绳中传播理论分析

本文在这里着重分析式(9)的粘性项对张力波在伞绳中的传播有些什么影响.

如果以位移 δ 作为未知函数, 并为简化分析起见, 不考虑式(8)右边项, 再引入纵向波速概念, 即

$$C = (E/\rho_{sh})^{1/2}$$

则由式(8), (9)和连续方程组成的伞绳纵波传播控制方程可等价地转换成

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} - C^2 \frac{\partial^2 \delta}{\partial l^2} - C^2 \tau \frac{\partial^3 \delta}{\partial l^2 \partial t} = 0 \quad (12)$$

这是对 δ 的三阶偏微分方程. τ 称为延迟时

间, 是表征粘弹性材料特性的一个重要的材料常数. 当延迟时间 τ 很小, 因而第三项粘性项可忽略时, 上式就转化为文献[5]提出的考虑伞绳弹性的二阶线性偏微分方程.

由于粘性项的存在, 以谐波解求其解试之, 如要满足式(12) 则应有

$$\omega^2 = C^2 \mu^2 + i C^2 \tau \omega^3 \quad (13)$$

令 $\mu = \alpha + i\beta$ 代入式(13), 舍去不合理的根, 可得

$$\alpha^2 = \omega^2 (\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2} + 1) / 2C^2 (1 + \omega^2 \tau^2) \quad (14)$$

$$\beta = \omega^2 (\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2} - 1) / 2C^2 (1 + \omega^2 \tau^2) \quad (15)$$

这里 β 取正没有物理意义, 只取负值, 并记作 $(-\beta)$. 这样, 可求得式(12) 的解为

$$\delta(l, t) = A e^{-\beta l} e^{i(\omega t - \mu l)} \quad (16)$$

可见复数值 μ 中的 β 项实际上表示张力波在传播中幅值将随传播距离 l 的增加而指数地衰减, 这一现象叫做吸收现象. 式(15) 表明, β 随频率而变. 对于低频波, β 正比于 ω^2 .

式(14) 表明, 扰动传播的相速 $C_x (= \omega/\alpha)$ 是频率的函数, 因而波在传播中形状要变化, 这一现象叫做弥散现象. 它由材料本身的粘性效应引起, 使波速依赖于传播频率. 对于低频波, 波速等于伞绳中纵波速 $C_x = C$, 而随着频率的增加相速增大. 这说明在粘弹性波中, 高频波速大于低频波速.

利用以上提出的概念分析式(9), 可以看出先拉伞绳法拉直过程计算中存在下述情况.

式(9) 中粘性项的存在表明, 粘弹性张力波不仅是伞衣套一端产生的张力通过伞绳传到前置体一端在时间上滞后一些, 而且由于拉直过程中存在着吸收和弥散现象, 使两端的张力不能相等. 这与文献[5] 建立的波动方程所对应的弹性张力波情况不一样. 对于线弹性波, 由于波速为恒值, 张力波在传播过程中波形是不变的.

按式(9) 计算伞绳张力意味着拉直过程中存在吸收现象, 其前置体处的张力计算准确与否和粘弹性伞绳的长度选定有很大关系. 对比之下, 操纵带(或吊带) 的弹性模数很大, 因而 β 值很小, 粘性阻尼可以忽略不计^[6], 对操纵带(或吊带) 而言, 式(12) 可以简化为二阶线性偏微分方程. 这表明即使考虑操纵带的弹性, 操纵带中的张力传递也不会衰减, 仅是时间上滞后一些. 因此, 在考虑粘

弹性的拉直过程计算中, 操纵带(或吊带)不能作为粘弹性伞绳的一部分进行计算. 文献[4]计算的前置体端的最大张力与试验数据比较差别较大, 作者认为上述情况没有考虑应是原因之一, 不能苟同文献[4]把它完全归结为拉直过程数学模型的理想化假设.

此外, 根据介质连续性的要求, 位移是连续的, 按式(9)计算的伞绳张力必定是时间的连续函数. 可是, 降落伞的线质量密度分布是不连续的, 在伞衣拉出期间一般都有突跃的变化, 存在着间断点, 为了保持张力连续的性质, 这些间断点必须去掉. 因此, 在拉直过程中, 计算张力随时间的变化, 首先要使降落伞线质量密度分布连续变化.

1.4 数学模型的简化

在先拉伞绳法拉直过程中, 量值很小的拉出阻力可以忽略不计. 拉出速度尽管有变化, 尤其在伞衣拉出期间, 但变化范围与密度变化范围相比毕竟是有限的. 从式(7)可以看出, 导致伞绳里载荷波动的张力 T_b 的变化主要由降落伞线质量密度决定. 因此, 我们可以依据降落伞线性质量密度分布的特点对拉直阶段分段处理.

在伞绳拉出阶段, 伞绳的线质量密度是均匀分布, 量值很小, 载荷张力 T_b 随拉出速度有稍微的变化, 但基本稳定, 以致伞绳上载荷波动不大, 载荷波动频率远小于张力波传播频率, 纵波速可以认为无穷大. 考虑伞绳弹性变形, 就必须认为伞绳无质量. 在无质量弹簧模型假设下^[3], 式(8)可简化为

$$\frac{\partial T}{\partial l} = 0 \quad (0 \leq l_b \leq L_{sh}) \tag{17}$$

因此, 在任一瞬时, 伞绳中张力处处相等, 即

$$T_t = T_b \quad (0 \leq l_b \leq L_{sh}) \tag{18}$$

根据伞绳拉出阶段载荷几乎稳定不变的特点, 可以认为位移速度和应变速度近似等于零. 略去式(9)右边第二项后, 结合式(11)和式(7)可推导出

$$U^3 = C^2(F_{re}/N_{sh}E - l)U + C^2V_R = 0 \tag{19}$$

基本方程式(1)~(7), (18)和(19)构成了伞绳拉出阶段的数学模型.

在伞衣拉出阶段. 从伞衣套内拉出的降落伞线质量密度有突跃的变化, 载荷张力 T_b 有显著的增加, 导致伞绳上载荷的波动迅速. 由于载荷的波动频率相对较高, 式(8)描述的波动方程必须考虑, 对应于该波动方程的初边值条件也必须确定.

本阶段开始时各质点运动轨迹的初始条件由前

段的计算结果确定. 伞绳各剖面初始(指伞绳刚全部拉出瞬间)位移分布根据式(10)和伞绳拉出阶段使用的式(9)以及式(18)给出, 其线性规律如下

$$\xi(l, 0) = l \cdot T_0^0 / (N_{sh}E) \tag{20}$$

式中 T_0^0 为初始时刻伞绳中的张力.

伞绳各剖面初始位移速度分布根据伞绳拉出阶段, 位移速度近似为零写出, 即

$$\frac{\partial \xi}{\partial t}(l, 0) = 0 \quad (l_b = L_{sh}) \tag{21}$$

在伞衣拉出阶段, 式(11)可以写成如下形式

$$\frac{\partial \delta}{\partial t}(L_{sh}, t) = V_R - U \quad (L_{sh} < l_b \leq L_{Xi}) \tag{22}$$

基本方程式(1)~(9)和边界条件式(10), (20), (21)及(22)构成了伞衣拉出阶段的数学模型.

2 算例计算和结果分析

为了估价使用这种方法计算的准确性, 本文对文献[5]例举的某人用伞的拉直过程进行了数值计算, 根据理论分析拉直过程计算, 线质量密度分布必须连续性变化的要求, 本文在线质量密度有突跃变化和不连续性的峰值区间上, 使用了通过区间两个端点, 中点达到最大幅度的三角函数密度曲线. 由于缺乏伞绳材料的动态阻尼数据, 数值计算中需要的粘性阻尼系数按参数法确定, 即根据空投试验数据, 通过试算确定. 本文算例通过试算确定单根伞绳的粘性阻尼系数是 0.985(N·S).

图 4 表示在伞绳拉出阶段, 拉出速度随伞衣套相对于前置体的相对速度的增加而增加, 由于拉出速度值大于相对速度值相差极小, 从图上看二者几乎重叠成一条曲线; 在伞衣拉出阶段, 由于线质量密度的突跃变化, 拉出速度随线质量密度的突然增加而急剧的减小, 反之, 拉出速度随线质量密度的突然减小而急剧的增大, 但在线质量密度变化的平缓区域内, 拉出速度始终大于相对速度, 这与伞绳拉出阶段拉出速度大于相对速度的计算是一致的. 它表明尽管相对速度在整个拉直过程中随时间增大, 但在每一特定瞬间, 当线质量密度基本不变时, 伞绳受力伸长, 将导致相对速度减小, 使拉出速度大于相对速度.

图 5 表示在伞绳拉出阶段, 两端张力始终相等, 张力变化平缓; 在伞衣拉出阶段, 首先在伞衣套一端产生载荷张力峰值. 前置体一端的张力却缓慢下降, 并在相对于伞衣套一端滞后一些时间

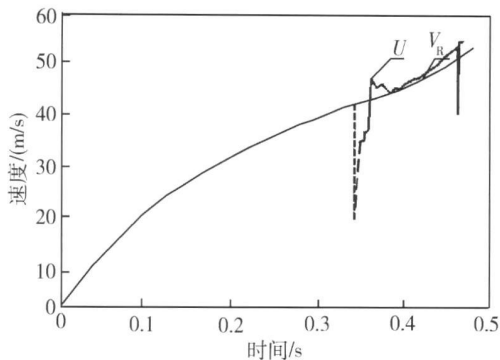


图 4 伞衣套和拉出速度随时间变化曲线

Fig. 4 Curve of the parachute skirt and drawn velocity with the time change

后出现张力峰值. 值得注意的是两个张力峰值不再相等, 这说明张力波存在着吸收和弥散现象. 第二个载荷张力峰值的出现是伞顶孔处线质量密度突跃变化引起的, 情况分析与伞底边类似, 只是前置体的张力峰值还没出现, 整个拉直过程已经结束. 前置体一端(试验测量处)计算的最大拉直力与该伞试验数据^[5]符合的令人满意.

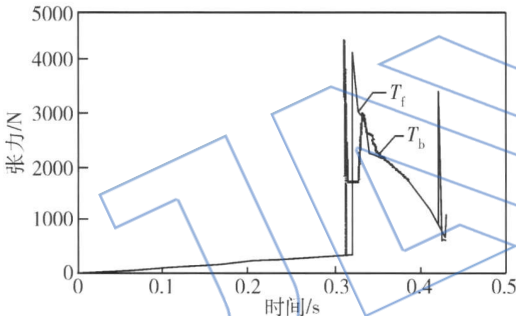


图 5 伞绳两端的张力随时间变化曲线

Fig. 5 Curve of tension force between parachute line ends and pull out velocity with the time change

图 6~ 图 8 列出了计算的伞衣拉出阶段中几个特定时刻伞绳张力分布情况.

图 6 中 $t=0.311\,08\,\text{s}$ 所对应的曲线为拉出伞衣底边瞬间, 在伞衣套一端产生的最大张力波; $t=0.311\,22\,\text{s}$ 所对应的曲线为拉出伞衣底边中部瞬间, 在伞衣套一端产生的张力波. 从图中曲线看, 靠近伞衣和伞绳连接处, 张力变化迅速. 而在离开该处一小段区间外, 张力基本保持不变. 这说明张力波的波速是有限的, 伞衣套一端的载荷张力不能马上传递到前置体一端.

图 7 为拉出伞衣底边部分以后, 任意选择两个特定时刻的张力波沿伞绳的传递过程. 可以看出随着时间的推移, 在伞衣套一端产生的张力波将沿伞绳向前置体一端方向传播. 比较图中两条

不同时刻的波形曲线, 还可以看到吸收和弥散现象的作用, 由于伞绳材料粘性阻尼的影响, 张力波波形是变化的, 其峰值将随时间逐渐衰减.

图 8 中, $t=0.320\,72\,\text{s}$ 对应的曲线是张力波传递到前置体上最大的张力波. 显然, 前置体一端的最大张力小于伞衣套一端产生的最大载荷张力, 这与前面的理论分析是一致的; $t=0.323\,61\,\text{s}$ 所对应的曲线则表明, 随着时间的进一步推移, 到达前置体一端的张力波变成反射波向伞衣套一端的方向传播.

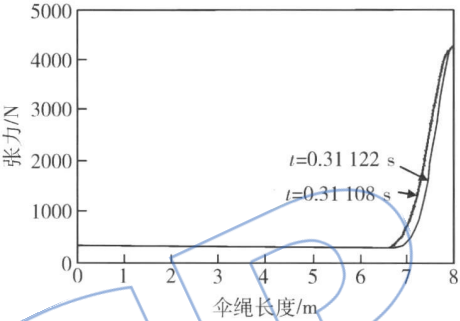


图 6 拉出伞衣底边张力变化曲线

Fig. 6 Curve of tension force change with pulling parachute skirt out

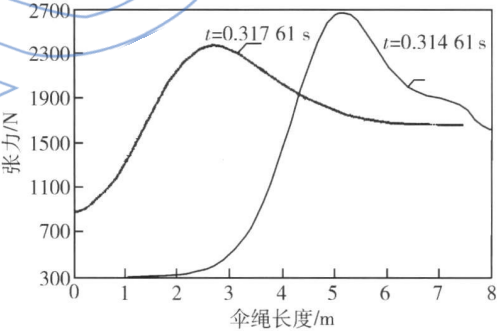


图 7 拉出伞衣底边后张力变化曲线

Fig. 7 Curve of tension force change after pulling parachute skirt out

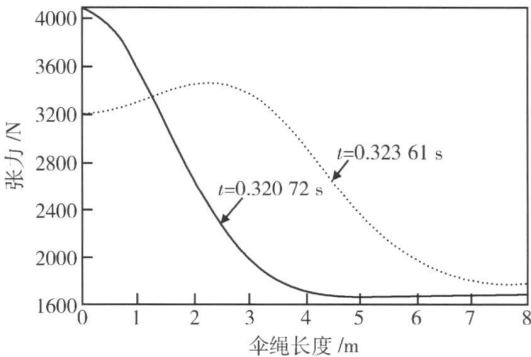


图 8 前置体上最大的张力变化曲线

Fig. 8 Curve of maximum tension force change on prepositive body

文献[5] 指出, 对于先拉伞绳法, 拉直过程中伞绳的最大张力将出现在伞衣底边被拉动瞬间. 从本文给出的理论和算例计算结果分析中可以看出, 文献[5] 指的最大张力实际上是伞衣套一端产生的最大载荷张力. 用试验手段测得的最大张力实际上是在前置体一端, 按前面的分析, 它应小于伞衣套一端产生的最大载荷张力, 测量它出现的时间应在拉出伞衣底边以后. 一般来讲, 设计人员感兴趣的是前置体一端承受的最大张力, 因此, 我们应该称它为最大拉直力. 若按文献[5] 给出的先拉伞绳法拉直力计算公式计算最大拉直力, 显然是保守的.

数值计算表明, 前置体一端承受的最大张力不仅与伞衣底边被拉出时产生的载荷张力有关, 而且与拉出伞衣底边以后产生的载荷张力有关. 这意味着在拉直过程中, 若要准确地计算前置体一端承受的最大张力, 必须使用精确的线质量密度分布. 文献[5] 提出, 伞衣底边以外部分的线质量密度按三角形规律分布. 若按这一规律计算拉动伞顶部分时, 前置体一端的张力出现不应有的负值. 这是因为伞顶部分线质量密度分布与实际情况不一样造成的.

3 结 论

- (1) 在伞绳拉出阶段, 拉出速度大于伞衣套相对于前置体的相对速度;
- (2) 粘弹性张力波不仅是伞衣套一端产生的张力通过伞绳传到前置体一端在时间上滞后一些, 而且由于拉直过程中存在着吸收和弥散现象,

使两端的张力不能相等.

(3) 前置体处的张力计算准确与否和粘弹性伞绳的长度选定有很大关系, 操纵带(吊带或连接带) 不能看作为粘弹性伞绳的一部分进行计算;

(4) 拉直过程数值计算, 线性质量密度分布要求连续性变化;

(5) 数值计算表明, 准确地计算前置体一端承受的最大张力, 必须使用精确的线质量密度分布.

考虑到完善本文建立的数学模型, 作者建议, 测定伞绳的粘性阻尼系数.

参考文献:

[1] Huckins E K III. Techniques for selection and analysis of parachute deployment systems [R]. NASA TN D 5619, 1970.

[2] Huckins E K III. A new technique for predicting the snatch force generated during lines first deployment of an aerodynamic decelerator [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1971, 8(3): 298-299.

[3] Poole L R, Huckins E K III. Evaluation of massless spring modeling of suspensor line elasticity during the parachute unfurling process[R]. NASA TN D-6671, 1972.

[4] Poole L R. Suspensor line wave motion during lines first parachute unfurling process[J] . AIAA Journal, 1974, 12(1): 38-43.

[5] 王利荣. 降落伞理论与应用[M]. 北京: 宇航出版社, 1997.

WANG Lirong. Parachute theory and application[M]. Beijing: Astronautics Press, 1997.

[6] Poole L R. Effect of suspensor line viscous damping on parachute opening load amplification[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1973, 10(1): 92-93.